Hacienda Pública Española / Revista de Economía Pública, 171-(4/2004): 33-55

La regulación de los órganos de gobierno de las cajas de ahorros: consideraciones electorales*

SANTIAGO CARBÓ VALVERDE
ANTONIO PALOMARES BAUTISTA
VICTORIANO RAMÍREZ GONZÁLEZ
Universidad de Granada

Recibido: Febrero, 2003
Aceptado: Octubre, 2004

Resumen

El presente trabajo supone un avance en la resolución de los problemas de elección social y reparto proporcional de las cajas de ahorros españolas. La regulación estatal y regional relativa a estas instituciones no resuelve adecuadamente los problemas en las elecciones a representantes a los órganos rectores de dichas entidades financieras. La elección de un método para un problema de reparto proporcional, debe hacerse en función de las propiedades que se desean. Consistencia e imparcialidad son, entre otras, dos propiedades importantes a cumplir. Por ello, proponemos St. Laguë como método de reparto. Por otra parte, introducimos el concepto de proporcionalidad en la elección social y probamos que existe un método tipo Borda que la consigue. Utilizando estas opciones, se realizan simulaciones para la distribución de los representantes en los órganos de gobierno de las cajas de ahorros.

Palabras clave: cajas de ahorros, regulación, órganos de gobierno, reparto proporcional, elección social.

Clasificación JEL: G21, D71, D72.

1. Introducción

Las cajas de ahorros son un eje fundamental del sistema financiero español, representando en torno al 40 por 100 de los activos totales y más del 50 por 100 de los depósitos del sistema bancario. Su importancia cuantitativa ha sido creciente en la última década, sea cual sea el indicador que se utilice. La notable expansión de estos intermediarios financieros comenzó cuando estaba culminándose el proceso de liberalización de nuestro sistema bancario a finales de la década de 1980, en el que se equiparó, en términos operativos y normativos, a la banca privada. Sin embargo, a diferencia de la banca privada, estas instituciones son entidades privadas de carácter social y, exceptuando las cajas de mayor dimen-

* Los autores desean agradecer a los evaluadores anónimos las sugerencias realizadas que han contribuido a una presentación más clara y precisa de este trabajo. Santiago Carbó Valverde agradece la ayuda recibida del MCYT y FEDER, SEC2002-00348. Antonio Palomares Bautista y Victoriano Ramírez González agradecen la ayuda recibida del MCYT y FEDER, SEC2001-3117 y de la Junta de Andalucía, FQM191.

sión, desarrollan su actividad en una región determinada. Su vocación social y su peculiar naturaleza jurídica dio lugar a una democratización de sus órganos rectores en las décadas de 1970 y 1980. Dicha democratización es conveniente que sea compatible con una gestión eficaz que resulte competitiva frente al resto de instituciones financieras, en un mercado crecientemente competitivo.

Son numerosos los estudios empíricos sobre la evolución de la competitividad de las cajas de ahorros españolas en relación a la banca privada y sus homólogas europeas (Pastor, Pérez y Quesada, 1997; Carbó, Gardener y Williams, 2002). Sin embargo, son escasos los estudios teóricos y más formalizados sobre las peculiaridades organizativas, regulatorias y competitivas de estas instituciones en nuestro país, aunque en los últimos años han aparecido algunos trabajos en esta línea (Purroy y Salas, 2000; Berenguer, Carbó y Fortes, 2003). En todo caso, son prácticamente inexistentes los estudios que analicen el proceso de elección de los órganos de gobierno de las cajas españolas y su regulación, a pesar de ser una cuestión de gran relevancia en la conducta y gestión de las mismas. Esta relevancia se acentúa todavía más si se tiene en cuenta la participación de representantes de entes públicos en los órganos rectores de las cajas.

Las peculiaridades jurídicas y la consiguiente composición de los órganos rectores afecta tanto a los objetivos de estos intermediarios financieros como a la forma de gestionar y administrar sus recursos. De hecho, esta forma de elección de los gestores de las cajas de ahorros y el control que se puede realizar sobre sus decisiones, impulsa a numerosos autores a afirmar que aquéllos pueden perseguir objetivos distintos a la maximización de beneficios (Purroy y Salas, 2000). La no existencia de accionistas y, por tanto, la falta de presión que éstos ejercen sobre las decisiones de los administradores de instituciones de tipo fundacional o mutualista deriva con frecuencia en la aparición de efectos no deseados, entre ellos, potencialmente mayores costes de agencia que en empresas bancarias con accionistas (Peristiani y Wizman, 1997). En este contexto, parece oportuno analizar con mayor profundidad y rigor las posibles consecuencias de los resultados de las elecciones de representantes y consejeros en estas instituciones financieras, por si apuntara hacia una cierta inestabilidad en la composición de los órganos rectores.

La Ley 31/1985, de 2 de agosto, de regulación de las normas básicas sobre órganos rectores de las cajas de ahorros (LORCA) establece para sus órganos rectores —la Asamblea General, el Consejo de Administración y la Comisión de Control— una composición en la que intervienen individuos pertenecientes a grupos muy diferentes. En lo que nos ocupa, ésta continúa siendo la normativa estatal más definitoria de los órganos de gobierno de las cajas. No obstante, la Ley 44/2002, de 22 de noviembre, de Medidas de Reforma del Sistema Financiero (Ley Financiera) modificó parte del articulado de la LORCA, específicamente, ha establecido límites a la representación de los diferentes grupos. En todo caso, los porcentajes de reparto empleados en este trabajo son igualmente aplicables para ambas normativas.

Estas normas estatales establecen para la Asamblea General, órgano decisorio máximo, que los consejeros generales pertenezcan a uno de los cuatro grupos siguientes: *impositores, corporaciones municipales, fundadores* o entidades fundadoras (caso de existir) y *emplea-*

dos. Por su parte, el Consejo de Administración está formado por personas de los grupos anteriores, pudiéndose incluir, asimismo, a un reducido número de profesionales de prestigio. La Comisión de Control está constituida también por personas de los cuatro grupos citados si bien puede participar un representante de la Comunidad Autónoma y el Director General de la entidad, ambos con voz y sin voto. Como se verá en este trabajo, los métodos de reparto proporcional y elección social son de gran trascendencia en este tipo de instituciones financieras, pues la composición de los órganos de gobierno puede ser distinta, según el método que se elija.

La regulación estatal fija límites para los tamaños máximos y mínimos de cada órgano de gobierno y porcentajes para la representación de cada grupo. El Tribunal Constitucional estimó, en su día, un recurso presentado contra los porcentajes establecidos en la LORCA. Como consecuencia de ello, las adaptaciones a varias Comunidades Autónomas contemplan porcentajes diferentes; no obstante, el trabajo que a continuación se desarrolla se basa en los porcentajes de la normativa estatal, debido a que lo relevante es mostrar los problemas que aparecen en las elecciones de estas instituciones y aportar un método para resolverlos, y a ello no afecta que los porcentajes sean unos u otros. Lógicamente, en la mayoría de los casos, los porcentajes no dan lugar a cantidades enteras por lo que es necesario aproximar las fracciones que resultan. A este respecto, la ley no establece el método a emplear para realizar ese reparto proporcional, ni para otras asignaciones que sea necesario realizar, ni para las elecciones de, entre otros, consejeros generales, vocales y presidente.

El objetivo fundamental de este trabajo es aportar métodos de reparto proporcional y de elección social que puedan ayudar a completar el sistema electoral para elegir los órganos de gobierno de las cajas de ahorros. De este modo, en el siguiente apartado se presentan los aspectos y problemas más importantes en la elección de los órganos de gobierno de las cajas españolas. En el apartado tercero, se presentan los fundamentos de los posibles métodos de reparto proporcional. En el apartado cuarto, se propone el método de St. Laguë como uno de los más adecuados para los problemas de reparto proporcional que aparecen en las cajas de ahorros mientras que en el apartado quinto se muestran simulaciones con dicho método. En el apartado 6, se recogen métodos de elección social aplicables a la votación de consejeros y presidente y se obtiene un nuevo método con el que se realizan algunas simulaciones. Por último, en el apartado 7 se presentan las conclusiones y en el anexo se demuestran los resultados de tipo matemático que se aportan en este artículo.

2. Elementos fundamentales de la regulación estatal de órganos de gobierno

La LORCA establece que la Asamblea General, máximo órgano de gobierno de las cajas de ahorros, está compuesta por un número de consejeros comprendido entre 60 y 160, distribuidos (en porcentaje) de la siguiente manera: 44 por 100 para los impositores, 40 por 100 para las corporaciones municipales, 11 por 100 para los fundadores y 5 por 100 para los empleados.

De no existir fundadores, o renunciar éstos a su representación, los demás porcentajes aumentan proporcionalmente, con lo cual quedarían del siguiente modo: impositores $\frac{4000}{89}\%$, corporaciones municipales $\frac{4000}{89}\%$ y empleados $\frac{5000}{89}\%$. Estos porcentajes de representación en la Asamblea General han sido modificados, recientemente, por las normativas autonómicas de cajas de ahorros, dando lugar a sustanciales diferencias entre regiones, tal y como muestra el cuadro 1. Además, es necesario apuntar que las diferentes normativas regionales han incorporado algunos otros grupos en la composición de los órganos de gobiernos de las cajas de ahorros de sus territorios. Los gobiernos autonómicos, las diputaciones, cámaras agrarias y de comercio, entre otros, aparecen en alguna o en varias de las leyes de cajas regionales [1]. En cualquiera de los casos, el problema es idéntico: «al aplicar los porcentajes a un tamaño establecido para la Asamblea General surgen unas fracciones que se deben redondear».

Ejemplo 1. Utilizando lo determinado por la LORCA, si participan los cuatro grupos citados anteriormente y se establece 86 representantes como tamaño de la Asamblea (dimensión que servirá más adelante en el análisis [2]), al aplicar los porcentajes resultan las siguientes cuotas: 37,84 para impositores, 34,40 para corporaciones municipales, 9,46 para fundadores y 4,30 para empleados, que da el total de 86. ¿Cómo se pueden aproximar estas cantidades por enteros? Para ello, es necesario establecer un método, con lo que surge un primer problema de reparto proporcional; que no es el único, como se puede comprobar a continuación.

El Consejo de Administración se compone de 13 a 17 vocales, por lo que si se aplican las mismas proporciones que en la Asamblea General, aparece un segundo problema de reparto proporcional. Además, en este caso existe una restricción adicional: *«todos los grupos deben estar representados»*, y por cada vocal titular se elige un suplente. La Comisión de Control está compuesta por un número de miembros comprendido entre 4 y 8. En ella también deben estar representados todos los grupos que componen la Asamblea General. La ley no establece más limitaciones para la Comisión de Control [3]. En el cuadro 2 se recogen el número máximo y mínimo de miembros del Consejo de Administración y Comisión de Control en vigor en las diferentes normativas de cajas de las Comunidades Autónomas españolas tras la publicación de la Ley Financiera, lo que vuelve a poner de manifiesto las significativas diferencias regionales.

Para elegir los consejeros por el grupo de los impositores hay que sortear entre los mismos, unos compromisarios que son los electores; el número de compromisarios que se nombra en cada provincia, comarca o distrito debe ser proporcional al número de impositores de su categoría. Análogamente, los consejeros representantes del personal deben ser elegidos por los representantes legales de los empleados, mediante un sistema proporcional (art. 6 de la LORCA). Cuando la caja tiene abiertas oficinas en más de un municipio, el número de consejeros que elige cada corporación municipal debe ser también proporcional (art. 3). Por tanto, para llegar a conocer la composición de los diferentes órganos de gobierno de una caja de ahorros es necesario resolver un número considerable de problemas de reparto proporcio-

Cuadro 1
Miembros y composición de la Asamblea General de las Cajas de Ahorros: peculiaridades regionales (2003)

	Número de miembros		Composición										
Comunidades Autónomas	**Mínimo**	**Máximo**	**Corporaciones Municipales (%)**	**Diputaciones Provinciales (%)**	**Gobiernos Autonómicos (%)**	**Impositores (%)**	**Entidades Fundadoras (%)**	**Empleados (%)**	**Consejos insulares (%)**	**Cámaras de Comercio, Industria y Navegación (%)**	**Universidades (%)**	**Cámaras Agrarias (%)**	**Entidades de interés general (%)**
Andalucía	60	160	35	—	21	28	9	7	—	—	—	—	—
Aragón	70	160	21	—	21	41	10	7	—	—	—	—	—
Asturias	70	200	40	—	—	20	35	5	—	—	—	—	—
Baleares	20	160	34	—	—	39	16	5	6	—	—	—	—
Canarias	60	160	44	—	—	26	10	5	10	2	2	1	—
Cantabria	90	120	38	25	—	22	10	5	—	—	—	—	—
Castilla-La Mancha	80	200	40	—	21	22	10	7	—	—	—	—	—
Castilla y León	110	160	25-35	—	15	35-40	5-10	5-15	—	—	—	—	5-15
Cataluña	70	160	15-25	—	—	30-45	25-35	5-15	—	—	—	—	—
Extremadura	60	160	40	—	—	44	11	5	—	—	—	—	—
Galicia	60	160	15-25	—	—	30-40	25-35	5-15	—	—	—	—	—
Madrid	50	400	32	—	12	28	20	8	—	—	—	—	—
Murcia	60	160	40	—	—	20	35	5	—	—	—	—	—
Navarra	50	90	40	—	—	44	11	5	—	—	—	—	—
País Vasco	60	120	32	—	—	41	22	5	—	—	—	—	—
La Rioja	—	—	31	—	—	31	33	5	—	—	—	—	—
Valencia	50	200	28	—	28	28	5	11	—	—	—	—	—

Cuadro 2
Número de miembros de los órganos de gobierno: peculiaridades regionales (2003)

Comunidades Autónomas	Consejo de Administración Número de miembros		Comisión de Control Número de miembros	
	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
Andalucía	17	17	7	10
Aragón	10	21	4	10
Asturias	7	20	5	10
Baleares	13	17	7	14
Canarias	13	17	7	9
Cantabria	14	18	—	8
Castilla-La Mancha	15	19	5	9
Castilla y León	13	17	6	8
Cataluña	10	21	4	—
Extremadura	13	21	4	8
Galicia	10	21	4	8
Madrid	15	21	8	11
Murcia	13	17	4	8
Navarra	11	21	4	8
País Vasco	11	17	—	7
La Rioja	—	—	5	7
Valencia	10	21	5	10

nal. Por otra parte, la normativa tampoco establece el modo de elección de los vocales del Consejo de Administración y sus suplentes, ni el mecanismo de elección de los miembros de la Comisión de Control. La normativa tampoco determina cómo realizar la elección del Presidente. Así pues, también es necesario resolver varios problemas de elección social; y la normativa existente no ha fijado método alguno.

3. Formalización de los métodos de reparto proporcional

De manera general, designamos por $(v,m;h)$ a un problema de reparto con restricciones mínimas, donde h es un número natural, $v = (v_1, v_2, ..., v_n) > 0$ un vector de números positivos y $m = (m_1, m_2, ..., m_n) \geq 0$ un vector de componentes enteras no negativas, que representa las restricciones mínimas. Si éstas no existiesen, el problema de reparto, se notará simplemente por $(v;h)$. En función del problema que se considere, h será el número de miembros de la Asamblea General, del Consejo de Administración o de la Comisión de Control que deben ser asignados. El vector v hace referencia al número de votos, o al porcentaje de representación, o a la cuota que corresponde a cada grupo. El vector m designa el número mínimo de miembros que debe recibir cada grupo.

Una asignación de los h miembros es un vector de números enteros (no negativos), $a = (a_1, a_2, ..., a_n)$, que satisface $\sum_{i=1}^{n} a_i = h$ y, además, $m_i \leq a_i$ para $i = 1,...n$. En estas condiciones, la cuota ajustada se define como $r_i = \max\left\{m_i, \frac{v_i}{x}\right\}$ con $x > 0$ elegido de forma que $\sum_{i=1}^{n} r_i = h$. Los r_i son proporcionales a los números v_i, excepto si $\frac{v_i}{x} < m_i$.

Un método M de asignación es una correspondencia que asigna, al menos, un vector a a cada problema $(v,m;h)$, se nota $a \in M(v,m;h)$ [4]. Para que un método de reparto sea considerado proporcional, éste debe satisfacer ciertas propiedades básicas: ser exacto, homogéneo, reproducir proporciones, y ser equilibrado (Balinski, 1982, pág. 97). Existe una infinidad de métodos de reparto proporcional. A continuación, se describen algunos métodos frecuentemente utilizados, así como propiedades y paradojas de los mismos.

3.1. El método de los Restos Mayores

Uno de los métodos más conocidos es el de los Restos Mayores (RM). Este método asigna a cada grupo i, en primer lugar, un número de representantes igual a la parte entera de la cuota ajustada, que notamos por $\lfloor r_i \rfloor$; y posteriormente, asigna un representante adicional a cada uno de los grupos con mayor resto, hasta que estén asignados los h miembros.

Ejemplo 2. Para las cuotas del ejemplo 1, $v = (37{,}84;34{,}4;9{,}46;4{,}3)$, el reparto que se obtiene con RM es el siguiente: $a = (38,34,10,4) = \mathrm{RM}(v;86)$, ya que la primera y tercera cuotas son las que tienen mayor resto y, por ello, se han redondeado por exceso.

El método de RM es fácil de aplicar y conduce a soluciones que se diferencian de la cuota ajustada en menos de un miembro. Sin embargo, no verifica algunas propiedades deseables, dando lugar a importantes paradojas que se verán más adelante.

3.2. Los métodos de divisores

3.2.1. Formulación General

Estos métodos se basan en la definición de una función d que indica la manera en que deben redondearse las fracciones a números enteros. Sea d una función estrictamente creciente definida en los enteros no negativos, que satisfaga $s \le d(s) \le s + 1$, $s = 0,1,2,...$ y, para la cual, no existen dos enteros $a \ge 1$, $b \ge 0$ tales que $d(a) = a$ y $d(b) = b + 1$ (esta última condición es para garantizar la exactitud).

Dada una función d como la descrita, puede definirse el d-redondeo $[r]_d$ de un número r real no negativo, de la siguiente manera:

$$[r]_d = \begin{cases} 0 & si\ r < d(0)\ o\ r = 0 \\ s\ o\ s+1\ (indiferente) & si\ r = d(s)\ y\ r > 0 \\ s+1 & si\ d(s) < r < d(s+1) \end{cases} \qquad [1]$$

Bajo estas condiciones, el método M^d, basado en d, consiste en encontrar un número x, de forma que

$$\sum_{i=1}^{n} \max\left\{ m_i, [\frac{v_i}{x}]_d \right\} = h, \qquad [2]$$

para un redondeo de $[\frac{v_i}{x}]_d$, y así, al grupo *i*-ésimo se le asignan $\max\left\{m_i,[\frac{v_i}{x}]_d\right\}$ representantes. La búsqueda de un divisor *x*, para el cual la suma de los redondeos sea *h,* no entraña excesiva dificultad. No obstante, existe otra vía práctica de realizar los repartos con el método M^d, la cual consiste en elaborar una tabla de cocientes entre las cantidades v_i y las $d(s)$; de este modo, el reparto queda determinado al conocer la posición de los *h* cocientes mayores. Por ello, reciben el nombre de métodos de divisores, siendo estos últimos las cantidades $d(s)$.

3.2.2. La familia paramétrica. El método de St. Laguë

Entre el amplio abanico de funciones *d* que pueden considerarse, las de la familia paramétrica son las que más propiedades verifican (Balinski y Ramírez, 1999; Ramírez, Márquez y Pérez, 1999). Dado un parámetro *t*, $0 \leq t \leq 1$, puede definirse el método M^t de la familia paramétrica como el basado en la función $d(s) = s + t$. Así, para $t = \frac{1}{2}$ los divisores son 0,5, 1,5, 2,5, ... y el método $M^{\frac{1}{2}}$ se conoce con el nombre de método de St. Laguë o de Webster; y para $t = 1$ el método d'Hondt o de Jefferson, cuyos divisores son 1, 2, 3, ...

Ejemplo 3. De acuerdo con los datos del ejemplo 1, la composición de los 86 consejeros de la Asamblea General siguiendo St. Laguë sería: 38 a impositores, 35 a C. municipales, 9 a fundadores y 4 a empleados, donde el divisor *x* es cualquier valor del intervalo $[\frac{9.46}{9.50}, \frac{34.4}{34.5}]$.

La solución obtenida con St. Laguë es diferente de la de RM en el ejemplo 1. No obstante, en muchos problemas de reparto, ambos métodos dan la misma respuesta. Por ejemplo, siempre que el número de grupos entre los que se efectúa el reparto sea dos, ambos métodos proporcionan igual solución y en tal caso, obtienen una proporcionalidad mucho mayor que el método d'Hondt (Balinski y Ramírez, 1996).

3.3. Propiedades y paradojas

3.3.1. Consistencia

Es deseable exigir a un método *M* de reparto que las partes proporcionales de sus asignaciones mantengan esa relación. Concretamente, separamos en dos partes, *S* y *T,* los índices de los grupos que participan en el reparto, $S \cup T = \{1,2,...,n\}$ y consideramos una asignación $a \in M(v,m;h)$. Notamos por a^S la parte del vector *a* que corresponde a los grupos de *S,* y por a^T la parte del vector *a* que corresponde a los grupos de *T.* De igual forma se designan las partes de los vectores *v* y *m* correspondientes a los grupos de *S* y *T.*

Con estas notaciones, el método *M* es *consistente* si se verifican estas dos implicaciones:

$$a = (a^S, a^T) \in M(v, m; h) \Rightarrow a^S \in M(v^S, m^S; \sum_{i \in S} a_i) \quad [3]$$

$$b^S \in M(v^S, m^S; \sum_{i \in S} a_i) \Rightarrow (b^S, a^T) \in M(v, m; h) \quad [4]$$

Puede ocurrir que una parte de un reparto proporcional realizado con RM puede no ser proporcional según RM. En efecto, en el reparto del ejemplo 1, y aplicando RM, de los 86 consejeros de la Asamblea General, las corporaciones municipales, cuyo porcentaje de participación era del 40 por 100, tenían una cuota de 34,4 y recibieron 34 representantes, mientras que los fundadores, a los que corresponde el 11 por 100, tenían una cuota de 9,46 y recibieron 10 representantes. En total, entre corporaciones municipales y fundadores recibieron 44 representantes. Si ahora distribuimos esos 44 representantes con RM en proporción a sus porcentajes se obtiene: 35 para C. municipales (con una cuota de 34,51) y 9 para los fundadores (con una cuota de 9,49). Con lo cual el resultado difiere del obtenido antes. De este modo, el método RM es inconsistente.

Teorema 1. Si para un problema de reparto $(v;h)$, los métodos RM y St. Laguë ofrecen un reparto diferente, $\mathrm{RM}(v;h) \neq M^{1/2}(v;h)$, entonces la solución obtenida con RM es inconsistente (para la demostración véase el apéndice).

3.3.2. Monotonía

La regulación estatal no establece un tamaño fijo para los órganos de gobierno, Parece conveniente que al aumentar el tamaño de un órgano de gobierno, ningún grupo pierda representantes. Esta propiedad, llamada *«monotonía con respecto a la cantidad de representantes»* [5] puede enunciarse de la siguiente manera:

Si $a \in M(v,m;h) \Rightarrow \exists b \in M(v,m;h+1)$ tal que $a_i \leq b_i$, $i = 1,...,n$.

Cuando un método no verifica esta propiedad, da lugar a la denominada *«Paradoja de Alabama»,* esto es, un grupo pierde representantes a pesar de que aumenta el tamaño del órgano de gobierno. Esto puede ocurrir al utilizar RM. Si se analiza el comportamiento de la distribución de representantes de los cuatro grupos en la Asamblea General cuando aumentamos su tamaño desde 60 hasta 160, se observa que la paradoja de Alabama ocurre en varias ocasiones.

Ejemplo 4. Comparamos los repartos correspondientes a los tamaños 148 y 152 con RM, para los datos del ejemplo 1 (véase cuadro 3). Con $h = 152$, los impositores tendrían dos representantes más que cuando el tamaño era 148; las corporaciones municipales ganarían otros dos representantes; las fundaciones ganarían un representante, pero ¡paradójicamente!, los empleados perderían un representante al aumentar en 4 el tamaño de la Asamblea y efectuar los repartos con RM.

3.3.3. Otras paradojas

El método RM puede dar lugar a otras paradojas, como la *paradoja de la población* (o de los votos) o la *paradoja de los nuevos estados* (Balinski, 1982, págs. 43-44). Sin embargo, todos los métodos de divisores son consistentes y no presentan ninguna de las paradojas citadas. Asimismo, se ha de indicar que no existe ninguno perfecto, ya que ningún método de divisores verifica la cuota, propiedad que veremos a continuación y que puede ser deseable en algún problema de reparto proporcional.

Cuadro 3
Repartos correspondientes a los tamaños 148 y 152 con RM

	%	h = 148		h = 152	
		Cuota	RM	Cuota	RM
Impositores	44	65,12	65	66,88	67
C. municipales	40	59,20	59	60,80	61
Fundadores	11	16,28	16	16,72	17
Empleados	5	7,40	**8**	7,60	**7**
TOTAL	100	148	148	152	152

3.3.4. Verificar la cuota

Si r_i es la cuota ajustada del grupo *i,* notamos por $\lceil r_i \rceil$ el redondeo al entero por exceso. Se dice que un método *M* verifica la cuota si $a_i \in \{\lfloor r_i \rfloor, \lceil r_i \rceil\}$ para todo *i.* Por ejemplo, si las cuotas son $q = (8{,}9;0{,}3;0{,}2;0{,}2;0{,}2;0{,}2)$ la asignación $a = (9{,}1{,}0{,}0{,}0{,}0)$ verifica la cuota, y da una prima importante al segundo grupo, que recibe más del triple de representantes que vale su cuota, proporción que jamás puede recibir el primero. Una propiedad más flexible que la de verificar la cuota es la que se comenta a continuación.

3.3.5. Casi verificar la cuota

Se dice que un método de reparto proporcional *M* casi verifica la cuota, si para ningún reparto es posible disminuir en un representante a un grupo *i* y aumentarlo a un grupo *j* de manera que con el nuevo reparto ambos grupos estén más cerca de sus respectivas cuotas. Por ejemplo, para las cuotas que se habían proporcionado anteriormente, el reparto $a = (10{,}0{,}0{,}0{,}0{,}0)$ casi verifica la cuota, porque si disminuimos en un representante la asignación del primero, éste estará más cerca de 8,9 que 10, pero al darle el representante al segundo o a cualquiera de los siguientes, el valor 1 está más lejos de 0,3 o de 0,2 que el valor 0.

Teorema 2. Si $n \geq 3$, el único método de divisores que casi verifica la cuota es St. Laguë. Además, es inmediato que el método de St. Laguë verifica la cuota si $n \leq 3$ (Balinski, 1982, pág. 132), y da el mismo resultado que RM cuando $n = 2$.

Ningún método de divisores verifica la cuota. D'Hondt garantiza la cuota inferior ($a_i \geq \lfloor r_i \rfloor, \ \forall i$), pero puede violar la superior ($a_i > \lceil r_i \rceil$, para algún *i*). De hecho, en otro contexto, por ejemplo, en una misma elección al Congreso de los Diputados ha sido violada en varias circunscripciones. Sin embargo, si se hubiese aplicado el método de St. Laguë para las elecciones al Congreso no se habría violado la cuota en ninguno de los 450 repartos provinciales correspondientes a las 9 elecciones celebradas entre 1977 y 2004. Es decir, aunque técnicamente se pueden ofrecer ejemplos en los que St. Laguë viole una de las cuotas (inferior o superior), en la práctica la probabilidad de que una de esas violaciones ocurra es casi nula.

3.3.6. Imparcialidad

Salvo que las cuotas sean todas cantidades enteras, cualquier método de reparto proporcional otorga ventaja a unos grupos frente a otros. Algunos autores proponen como más imparciales los métodos de la familia paramétrica con $t \in [0{,}43{,}0{,}44]$ en base a su comportamiento ante una elección concreta con datos de Japón (Oyama e Ichimori, 1995). Lógicamente, si los datos de su ejemplo cambian, también pueden alterarse los repartos obtenidos con los métodos propuestos, con lo que éstos podrían dejar de ser imparciales, de acuerdo con su criterio [6].

En estas líneas se define la imparcialidad como el hecho de no beneficiar sistemáticamente a grandes frente a pequeños —como ocurre con el método d'Hondt— o a pequeños frente a grandes —como ocurre con el método de Adams que corresponde a $t = 0$ en la familia paramétrica—. Para ello, suponemos que dos partidos (o dos grupos) i y j, que se encuentran inmersos en un problema de reparto en el que pueden participar muchos más, tienen restos de sus cuotas que son valores aleatorios de una distribución uniforme en el intervalo $[0,1)$ y exigimos a un método de reparto proporcional, para considerarlo imparcial, que la probabilidad de que el partido i resulte beneficiado con respecto al partido j es la misma que la probabilidad de resultar beneficiados en orden inverso. Evidentemente, de acuerdo con este criterio, RM es imparcial. Además se alcanza el siguiente resultado.

Teorema 3. El único método de divisores imparcial es St. Laguë (para la demostración véase apéndice).

4. Elección de un método de asignación proporcional para las cajas de ahorros: St. Laguë

La elección de un método para un problema de reparto proporcional debe efectuarse en función de las propiedades que se desea que verifiquen los repartos obtenidos. Salvo que verificar la cuota sea una propiedad irrenunciable, se debe rechazar siempre el método RM y elegir un método de divisores. Incluso si se desea garantizar la cuota sabemos que el método de St. Laguë no la viola en la práctica y garantiza *«casi verificar la cuota»*; por consiguiente, tampoco necesitamos, en este caso, utilizar RM.

Por otra parte, el espíritu de la normativa estatal es el de tratar equitativamente a todos los grupos de acuerdo con unos porcentajes y unos mínimos para garantizar la presencia en órganos de gobierno y comisiones. En este contexto, la *imparcialidad* es otra de las propiedades prioritarias en la elección del método de asignación proporcional. Además, sea cual sea el problema de reparto, existe una propiedad que se debe destacar sobre cualquier otra: la *consistencia* del método, puesto que en cualquier reparto los grupos perjudicados efectúan comparaciones parciales con los beneficiados para ver si el resultado es injusto, y la inconsistencia da lugar a incoherencias del método que es un argumento para cualquier grupo en desventaja pueda declarar injusto el reparto.

En base a todo ello, parece que el método más adecuado para efectuar los problemas de asignación que surgen en las cajas de ahorros es el de St. Laguë. A continuación, se emplea para realizar algunas simulaciones.

5. Aplicaciones del método de St. Laguë en la elección de los órganos de gobierno de cajas de ahorros. Simulaciones

En primer lugar, se muestran los representantes, obtenidos con el método de St. Laguë, que corresponden a cada grupo en la Asamblea General para varios tamaños de la misma (cuadro 4). El tamaño de la Asamblea General está comprendido entre 60 y 160; se ofrecen los resultados correspondientes a los siguientes valores de *h:* 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160. Para *h* = 150 surge un empate, por lo que existen dos soluciones. Puede comprobarse para todos los repartos mostrados (y para los restantes valores que no aparecen en el cuadro 4), que el método de St. Laguë verifica la cuota.

Cuadro 4
Simulación Asamblea General (St. Laguë)

h→	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160
Impositores	26	31	35	40	44	48	53	57	62	66	70
C. municipales	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64
Fundadores	7	8	9	10	11	12	13	14	15	17-16	18
Empleados	3	3	4	4	5	6	6	7	7	7-8	8

El procedimiento técnico para la obtención de repartos con el método de St. Laguë y con la restricción de que cada uno de los grupos reciba al menos un representante, consiste en calcular una tabla de cocientes, obtenida al dividir el porcentaje de cada grupo entre los divisores de St. Laguë. Tanto para el Consejo de Administración como para la Comisión de Control, es suficiente considerar los ocho primeros divisores de St. Laguë (los números 0,5, 1,5, 2,5, ..., 7,5, o bien los ocho primeros números impares que son equivalentes), puesto que en estos órganos ninguno de los grupos va a recibir más de ocho representantes. El cuadro 5 muestra los cocientes.

En general, para asignar *h* representantes, se necesitaría localizar en el cuadro 5 los *h* cocientes más grandes, y en función de su posición, se obtiene la asignación. No obstante, en este caso cada grupo debe recibir al menos un representante, lo que equivale a considerar los cuatro cocientes de la primera columna como prioritarios, y continuar con los restantes de mayor a menor. De este modo, el orden en el que asignan los representantes es el que muestra el cuadro 6. Por ejemplo, si se decide que el Consejo de Administración esté compuesto por 13 representantes, se observa que la posición de los trece primeros números del cuadro 6, es la siguiente: seis de ellos están en la primera fila, cinco en la segunda, una en la tercera y

Cuadro 5
Cocientes para repartos en Consejo de Administración y Comisión de Control (St. Laguë)

Grupos	%	Divisores							
		1	**3**	**5**	**7**	**9**	**11**	**13**	**15**
Impositores	44	44	14,7	8,8	6,3	4,9	4	3,4	2,9
C. municip.	40	40	13,3	8	5,7	4,4	3,6	3,1	2,7
Fundadores	11	11	3,7	2,2	1,5	1,2	1	0,8	0,7
Empleados	5	5	1,7	1	0,7	0,5	0,4	0,4	0,3

Cuadro 6
Orden de asignación de representantes en el Consejo de Administración y Comisión de Control (St. Laguë)

Impositores	1.º	5.º	7.º	9.º	11.º	13.º	16.º
C. municip.	2.º	6.º	8.º	10.º	12.º	15.º	17.º
Fundadores	3.º	14.º					
Empleados	4.º						

una en la cuarta, con lo cual, la distribución con el método de St. Laguë, y con mínimo de un representante por grupo es $a = (6,5,1,1)$.

El cuadro 7 muestra los representantes al Consejo de Administración para los cinco tamaños posibles, de 13 a 17, obtenidos al aplicar este método. El método de St. Laguë conduce en la mayoría de las ocasiones al mismo reparto que el método RM. En el caso anterior, sólo si $h = 14$ se tendrían resultados diferentes, ya que las cuotas serían las siguientes: impositores 6,16, corporaciones municipales 5,6, fundadores 1,54 y empleados 0,7, con lo que

$$RM((44,40,11,5),(1,1,1,1);14) = (6,6,1,1)$$

frente a

$$M^{\frac{1}{2}}((44,40,11,5),(1,1,1,1);14) = (6,5,2,1)$$

En este caso, como se ha demostrado en el teorema 1, se puede observar que el reparto obtenido con RM es inconsistente ya que entre las corporaciones municipales y fundadores reciben, con RM, 7 representantes y al distribuir 7 en proporción a sus porcentajes (40 por 100 y 11 por 100) se obtiene: corporaciones municipales 5,49 y fundadores 1,51, con lo cual, según RM, su distribución debe ser (5,2), contraria a la que dicho método da en la asignación de los 14 representantes a los 4 grupos, que es (6,1).

El cuadro 8 recoge los repartos, según St. Laguë, correspondientes a la Comisión de Control entre 4 y 8 representantes, en los que se garantiza al menos uno a cada grupo.

Cuadro 7
Representantes del Consejo de Administración para cinco tamaños posibles (St. Laguë)

Tamaño h→	13	14	15	16	17
Impositores	6	6	6	7	7
C. municipales	5	5	6	6	7
Fundadores	1	2	2	2	2
Empleados	1	1	1	1	1

Cuadro 8
Representantes de la Comisión de Control para cinco tamaños posibles (St. Laguë)

Tamaño h→	4	5	6	7	8
Impositores	1	2	2	3	3
C. municipales	1	1	2	2	3
Fundadores	1	1	1	1	1
Empleados	1	1	1	1	1

Finalmente, es conveniente realizar una matización acerca del tamaño elegido para los órganos de gobierno. Se observa que tanto la normativa estatal como las demás leyes autonómicas de cajas de ahorros establecen un rango amplio para el tamaño de la Asamblea General, para el Consejo de Administración y la Comisión de Control. En ocasiones, la elección de un valor u otro, dentro del rango posible, no es indiferente. Pensemos en que para algún asunto los representantes de los distintos grupos en el Consejo de Administración votan en bloque, entonces el poder de tales grupos cambia con los diferentes valores de i. Por ejemplo, si $h = 15$ para el Consejo de Administración, la mayoría absoluta se alcanza con 8 votos, por tanto si la distribución es (6,6,2,1), el representante de los empleados sería un *«hombre de paja»*, porque cualquier coalición que sea mayoritaria con su presencia, sigue siendo mayoritaria si la abandona. Los otros tres grupos tendrían el mismo poder.

En otro caso, hay decisiones de la Asamblea General que requieren una mayoría cualificada, por ejemplo, para la fusión de dos cajas de ahorros se necesita que sus Asambleas Generales la aprueben con una mayoría de, al menos, 2/3 de los consejeros. Por tanto, una coalición que supere un tercio de los votos tiene capacidad de veto [7].

6. Elección de Consejo de Administración y Comisión de Control

En las cajas de ahorros, normalmente un número de 10N compromisarios deben elegir N consejeros generales en representación de los impositores; los representantes legales del personal deben elegir los consejeros generales de este grupo y lo mismo deben hacer las corporaciones municipales y los fundadores. Después, la Asamblea General debe elegir a los vocales del Consejo de Administración y a los miembros de la Comisión de Control entre los candidatos propuestos por los diferentes grupos. Además los miembros del Consejo de Administración deben elegir Presidente y el resto de cargos. Por tanto, es necesario abordar varios problemas de elección social para designar los miembros que componen los diferentes órganos de gobierno de las cajas de ahorros.

Un método de elección social es un procedimiento P que determina quienes son los representantes, a partir de las preferencias mostradas por los individuos que componen una sociedad. Existen diversos modos democráticos de elección social. Un método frecuentemente utilizado por su sencillez es el basado en voto único y elección por *mayoría simple.* En tal caso, si hay que elegir representantes para ocupar n puestos los n candidatos que han obtenido más votos son los elegidos según este método. Evidentemente todo candidato cuyos votos superan la $(n + 1)$-ésima parte del número de votantes está entre los n más votados y es elegido. Pero los votos no suelen estar concentrados a partes casi iguales entre n o entre $n + 1$ candidatos, sino que todos los candidatos suelen recibir algunos votos y alguno de ellos puede recibir muchos. Ello provoca que cuando existe un candidato muy apreciado reciba gran cantidad de votos, la mayoría de los cuales resultan superfluos y, como consecuencia, candidatos con muy pocos votos pueden salir elegidos.

Otras veces los candidatos están muy igualados y el método de la mayoría simple puede dar una respuesta poco satisfactoria, dejando fuera a candidatos que eran bastante apreciados como segunda o tercera opción para numerosos electores. Por ello, en numerosas elecciones se utiliza una variante de la mayoría simple u otro método. Por ejemplo, cuando hay que elegir un solo cargo en lugar de «mayoría simple» se suele pedir *«mayoría absoluta-mayoría absoluta»*, que significa que si ningún candidato gana por mayoría absoluta se realiza una segunda vuelta entre los dos más votados y vence el que obtenga mayoría absoluta de votos emitidos a candidatos. Por ejemplo, en contextos distintos, las elecciones a Rector (según la Ley Orgánica de Universidades) o la doble vuelta en elecciones francesas son dos ejemplos importantes. Con relación a este método cabe preguntarse ¿por qué pasan sólo los dos más votados a la segunda vuelta? Y ¿por qué hay sólo dos vueltas? El método basado en *voto único transferible* permite casi tantas vueltas como candidatos, porque en cada vuelta se elimina al candidato menos votado hasta conseguir que un candidato gane por mayoría absoluta. En el peor de los casos si hay m candidatos da $m - 1$ vueltas para elegir al vencedor. Si hay que elegir a más de un representante este método resulta algo más laborioso de aplicar.

Una técnica que se ha empleado para elecciones múltiples, es decir, donde hay que elegir varios representantes simultáneamente es la basada en *voto múltiple restringido* y de igual valor. Las elecciones al Claustro en muchas universidades españolas utilizan ese método y también la elección al Senado en España. Cada elector marca a varios candidatos, hasta un número máximo que suele estar comprendido entre el 70 por 100 y el 80 por 100 de los puestos a cubrir. Es una variante de la *votación aprobatoria o desaprobatoria,* en la que cada elector aprueba o desaprueba a cada candidato y los candidatos que son aprobados por más electores son los elegidos. Tanto el voto múltiple como el aprobatorio son muy fáciles de practicar y aparentemente son sistemas lógicos de elección social. Pero, lamentablemente, en ciertos casos son métodos altamente manipulables, pues, un grupo, no necesariamente muy mayoritario, se puede poner de acuerdo y conseguir elegir la totalidad de los representantes. Concretamente, se puede llegar al siguiente resultado:

Proposición. Si N electores deben elegir a h representantes y a cada elector se le permite aprobar (votar) hasta $\frac{3h}{4}$ candidatos entonces el 57 por 100 de los electores puede conseguir elegir al 100 por 100 de los representantes. Efectivamente, si k electores distribuyen cíclicamente su voto entre h candidatos cada uno de esos candidatos recibe *3k/4* votos; y si los *N-k* electores restantes votan a un mismo candidato ese candidato recibe *N*-k votos, de tal forma que:

$$\frac{3k}{4} > N - k \Leftrightarrow \frac{k}{N} > \frac{4}{7} = 0.57$$

Esto significa que si, aproximadamente, el 57 por 100 de los electores se ponen de acuerdo consiguen el 100 por 100 de los representantes. Así, aunque el otro 43 por 100 acuerde votar a cierto candidato éste no sale elegido. Esta manipulación es fácil de poner en práctica cuando una buena parte de los electores pasa a ser candidatos. De hecho acontece con relativa frecuencia en las elecciones universitarias a Juntas de Centro y Claustro. Además, en la práctica, no se organizan todos los electores para emitir un voto estratégico sino que, en muchas ocasiones, sólo hay un grupo que se organiza para votarse a sí mismo con lo cual con un porcentaje mucho menor que el 57 por 100 consigue la totalidad de la representación.

Otra técnica que permite elegir de una sola vez todos los representantes que sean necesarios es el *método Borda.* El elector debe fijar un orden de preferencia entre los n candidatos. Entonces, el candidato más preferido (el que el elector sitúa en primer lugar) recibe n puntos, el segundo $n - 1$ y así sucesivamente hasta el situado en última posición que sólo recibe un punto. Sumando los puntos de cada candidato se llega a una ordenación total de los mismos. No existe una justificación de los puntuaciones propuestas por Borda. En ciertos problemas de elección social se han propuesto métodos parecidos pero con puntuaciones diferentes (métodos tipo Borda); por ejemplo, en los campeonatos de motociclismo (en el que cada carrera hace el papel de un elector) y puntúan sólo los cuatro o cinco primeros, o en el concurso de Eurovisión (en el que cada país juega el papel de un elector) y las puntuaciones son: 12, 10, 9, 8, ..., 1, 0, 0, ..., 0.

Ahora bien, la cuestión es ¿qué puntuaciones elegir (para un método tipo Borda) en las elecciones de las cajas de ahorros? Posiblemente los intereses de los grupos representados en las cajas de ahorros sean diferentes y dentro de las corporaciones municipales también difieran los intereses de los miembros de los distintos partidos políticos. De este modo, una posibilidad es exigir al método de elección que garantice cierta proporcionalidad con respecto al tamaño de cada grupo.

La referencia similar más próxima, y de gran importancia, que tenemos en este tipo de elecciones es la correspondiente al Senado. En ella los candidatos de todos los partidos concurren bajo una misma lista, aunque agrupados y ordenados alfabéticamente los de un mismo partido. El comportamiento de los electores es muy significativo: la casi totalidad de los mismos vota sólo a candidatos que pertenecen al mismo partido que ha votado en las listas para el Congreso, y caso de no votar a todos los candidatos a senador propuestos por el partido es el último o los dos últimos los que no reciben el voto. Muy pocos electores votan a candidatos de partidos diferentes y muy pocos se saltan el orden en que aparecen en la lista los candidatos de un partido (caso de no votarles a todos ellos).

Aunque las elecciones en las cajas de ahorros no tengan un carácter tan partidista como las elecciones al Senado, es posible que los electores tengan en este caso un comportamiento algo parecido: se identifiquen con el grupo al que pertenecen y dentro del grupo, buena parte del mismo tengan unas preferencias similares. Bajo esta hipótesis, una posibilidad es exigir al método de elección social que garantice cierta proporcionalidad [8].

Teorema 4. Supongamos que n grupos compuestos por $v_1,v_2,v_3,...,v_n$ miembros presentan candidatos a una elección de h representantes. Supongamos que cada elector vota sólo a candidatos de su grupo y que sus preferencias respetan el orden en que el grupo ha presentado a los candidatos, entonces un método de elección social tipo Borda conduce a la misma solución que el método $M^{1/2}(v;h)$, siendo $v = (v_1,v_2,v_3,...,v_n)$, si y solo si sus pesos son: 1, 1/3, 1/5, 1/7, ... (demostración en el apéndice).

En la práctica, los electores no tienen un comportamiento tan uniforme como indican las hipótesis del teorema, ahora bien pequeños cambios en ese tipo de comportamiento dan lugar a pequeños cambios en las puntuaciones y, por tanto, a pequeñas diferencias en el comportamiento del método.

Este método tipo Borda puede ser de gran utilidad en muchos problemas de elección social, y en particular en los que respecta a las cajas de ahorros. Asimismo, la manipulación que realizan las organizaciones de electores emitiendo un voto estratégico, en sentido cíclico —como ocurre con frecuencia con el sistema de voto múltiple—, tiene poco interés con estos pesos.

A continuación se muestra un ejemplo de aplicación del método propuesto.

Ejemplo 5. Supongamos que una Asamblea General consta de 100 consejeros, de los cuales 44 representan a los impositores, 40 a las corporaciones municipales, 11 a los fundadores y 5 a los empleados de la entidad. Para elegir los 15 miembros de su Consejo de Administración se han formado los grupos que recoge el cuadro 9. Los consejeros que representan a los impositores y a las corporaciones municipales aparecen divididos en dos grupos cada uno. Se asume, asimismo, que los consejeros de cada grupo votan sólo a los candidatos que su grupo ha propuesto, siguiendo además el mismo orden. Por ejemplo, los 5 consejeros representantes de los empleados votarían a c18 en primer lugar y a c19 en segundo lugar y a ningún otro.

Con ello, las puntuaciones serían las que aparecen en el cuadro 10, en el cual se muestra el orden para los 15 más votados, bajo el supuesto que el Consejo de Administración tiene 15 vocales. Se puede observar que responde a la misma proporcionalidad que se obtendría con el método de St. Laguë aplicado a los datos; esto es: $M^{1/2}((33,11,25,15,11,5);15) = (5,2,3,2,2,1)$. Sin embargo, con una votación de tipo múltiple o con votación aprobatoria, una alianza de G2, G3, G5 y G6 puede dejar sin representación a G4 y disminuir la de G1 y, a cambio, los grupos de la alianza lograrían que todos sus candidatos saliesen elegidos. Por el contrario, con el sistema tipo Borda esa manipulación es más difícil de practicar (porque

Cuadro 9
Datos de grupos y candidatos para el ejemplo 5

Grupo	N.º consejeros	Candidatos
G1 (Impositores)	33	c1, c2, c3, c4, c5
G2 (Impositores)	11	c6, c7, c8, c9
G3 (Corporaciones M.)	25	c10, c11, c12, c13
G4 (Corporaciones M.)	15	c14, c15
G5 (Fundaciones)	11	c16, c17
G6 (Empleados)	5	c18, c19

Cuadro 10
Orden de los candidatos del ejemplo 5, según puntuación obtenida con método tipo Borda y pesos 1, 1/3, 1/5,...

Grupo	Candidato	Puntuación	Orden
G1	C1	33,00	1.º
	C2	11,00	4.º
	C3	6,60	8.º
	C4	4,71	12.º
	C5	3,67	13.º
G2	C6	11,00	5.º
	C7	3,67	14.º
	C8	2,20	
	C9	1,57	
G3	C10	25,00	2.º
	C11	8,33	7.º
	C12	5,00	9.º
	C13	3,57	
G4	C14	15,00	3.º
	C15	5,00	10.º
G5	C16	11,00	6.º
	C17	3,67	15.º
G6	C18	5,00	11.º
	C19	1,67	

afecta el orden en las preferencias) y, además, caso de practicarla el efecto es mucho menor que con aquellos otros sistemas.

7. Conclusiones

La creciente importancia cuantitativa y cualitativa de las cajas de ahorros en el negocio financiero y su peculiar estructura de gobierno ha suscitado el interés de numerosos estudiosos y analistas, que han evaluado la competitividad de estas instituciones desde distintas perspectivas teóricas y empíricas. Sin embargo, hasta donde nuestro conocimiento llega, las cuestiones electorales tanto de reparto proporcional como de elección de sus órganos rectores no han sido estudiadas en profundidad, a pesar de la importancia que en determinados momentos pueden suponer. Resulta paradójico que la normativa fundamental de las cajas españolas (LORCA y Ley Financiera) no fije método alguno para resolver los numerosos problemas de reparto proporcional y de elección social que se plantean en estas instituciones y que pueden dar lugar a efectos no deseados, como algunos autores apuntan (por ejemplo, inestabilidad en el gobierno de las instituciones y costes de agencia, entre otros).

Este artículo supone un avance en la resolución de los problemas de reparto proporcional y elección social de las cajas de ahorros. La elección de un método para un problema de reparto proporcional debe hacerse en función de las propiedades que se desean. Consideramos que, ante todo, un método debe ser consistente. Por otra parte, la imparcialidad es otra propiedad deseable en la mayoría de los problemas de reparto proporcional y, en particular, en los que en estas líneas nos ocupa, pues en ningún momento la regulación estatal induce a que se prime a unos grupos con respecto a otros (salvo en lo relativo a representaciones mínimas). Ello nos ha llevado a proponer al método de St. Laguë para los problemas de reparto debido a que logra una proporcionalidad similar a la del método RM pero que no presenta las paradojas ni la inconsistencia de RM. Asimismo, se han probado nuevos resultados con respecto a St. Laguë y se ha aplicado este método para simular repartos de la distribución de los representantes en los órganos rectores de las cajas de ahorros.

Por último, se han realizado aportaciones en los métodos de elección social y se ha propuesto uno de tipo Borda para la elección de los diferentes miembros del Consejo de Administración y de la Comisión de Control, destacando que es uno de los más apropiados, si se desea cierta proporcionalidad y los electores tienen un comportamiento similar al que se produce habitualmente en las elecciones al Senado.

Notas

1. Las leyes de cajas de ahorros de las diferentes Comunidades Autónomas en vigor en noviembre de 2002 (antes de la entrada en vigor de la Ley Financiera) son las siguientes: ANDALUCÍA, Ley 15/1999, de 16 de diciembre; ARAGÓN, Ley 1/1991, de 4 de enero, modificada por Ley 4/2000, de 28 noviembre; ASTURIAS, Ley 2/200, de 23 de junio; CANARIAS, Ley 13/1990, de 26 de julio, modificada por Ley 1/1995, de 30 de enero; CANTABRIA, Ley 1/1990, de 12 de marzo, modificada por Ley 8/1991, de 28 de noviembre; CASTILLA-LA MANCHA, Ley 4/1997, de 10 de julio; CASTILLA Y LEÓN, Decreto-legislativo 1/1994, de 28 de julio. Texto refundido; CATALUÑA, Decreto-legislativo 1/1994, de 6 de abril. Texto refundido; EXTREMADURA, Ley 8/1994, de 23 de diciembre; GALICIA, Ley 7/1985, de 17 de julio (parcialmente derogada), y Ley 4/1996, de 31 de mayo; MADRID, Ley 5/1992, de 15 de julio, modificada por Ley 5/1994, de 23 de junio, y Ley 7/1992, de 4 de noviembre; MURCIA, Ley 7/1998, de 6 de octubre; NAVARRA, Ley foral 7/1987, de 21 de abril; PAÍS VASCO, Ley 3/1991, de 8 de noviembre; VALENCIA, Ley 1/1990, de 22 de febrero, modificada por Ley 4/1997, de 16 de junio. Tras la aprobación de la Ley 44/2002, de 22 de noviembre (Ley Financiera), algunas Comunidades Autónomas han alterado estos porcentajes para adaptarse a esa nueva ley. Así se ha recogido, entre otras, por ejemplo, en la Ley 16/2002, de 30 de diciembre, de ASTURIAS; en el art. 77 de la Ley 31/2002, de 30 de diciembre, de CATALUÑA; en el art. 75 de la Ley 10/2002, de 21 de diciembre, y en el Decreto 295/2002, de 3 de diciembre, de ANDALUCÍA. Por su parte, CASTILLA-LA MANCHA no la ha adaptado todavía pero recoge una disposición específica en previsión de ello en el Decreto

177/2002, de 17 de diciembre. En todo caso, debido a que estos porcentajes todavía no se han materializado en las cajas de ahorros (entre otras razones, por los procesos jurídicos abiertos, incluida para la propia Ley Financiera), hemos creído conveniente plasmar en los Cuadros 1 y 2 los porcentajes en vigor en 2003, tras la publicación de la Ley Financiera.

2. La cifra de 86 representantes ilustra y ejemplifica adecuadamente buena parte de los problemas electorales de nuestro estudio.
3. De todas formas, la proporcionalidad de los grupos de esta Comisión está obligada a ser muy baja.
4. Si la solución es única también se nota $a = M(v,m;h)$.
5. Véase el *survey* de Thomson (1995) para una panorama de la monotonía en los problemas de elección.
6. La imparcialidad de un método no debe establecerse en función de su comportamiento ante uno o varios problemas concretos.
7. No obstante, no se desarrolla en profundidad el poder de los distintos grupos para los diferentes tamaños de la Asamblea General y el Consejo de Administración, dado que serán muy pocas las ocasiones en que todos los representantes actúen como si se tratase de un voto ponderado, es decir, todos los representantes de un mismo grupo votasen de la misma manera.
8. Por ejemplo, la misma que se obtiene con un método de asignación proporcional en votación a listas bloqueadas.

Referencias

Balinski, M. L. (1982), *Fair Representation,* Yale University.

Balinski, M. L. y V. Ramírez (1999), “Parametric methods of apportionment, rounding and production”, *Mathematical Social Sciences* 37: 107-122.

Balinski, M. L. y V. Ramírez (1996), “El problema del reparto proporcional de escaños”, *Boletín de la Sociedad Española de Matemática Aplicada,* 3-34.

Berenguer, M. I., S. Carbó y M. A. Fortes (2003), “Can mutual banks outperform commercial banks in the loan market?”, *Revista de Economía Financiera,* 1: 62-79.

Carbó, S., E. Gardener y J. Williams (2002), “Efficiency in Banking: Empirical Evidence from the Savings Bank Sector”, *The Manchester School,* 70: 204-228.

Oyama, T. y T. Ichimori (1995), “On the unbiasedness of the parametric divisor method for the apportionment problem”, *Journal of the Operations Research Society of Japan,* 38: 301-321.

Pastor, J. M., F. Pérez y J. Quesada (1997), “Efficiency analysis in banking firms: an international Comparison”, *European Journal of Operational Research,* 98: 395-407.

Peristiani, S. y T. A. Wizman (1997), “Mutual-to-Stock Conversions in the Thrift Industry in the 1990s”, *Journal of Economics and Business,* 49: 95-116.

Purroy, P. y V. Salas (2000), “Strategic competition in retail banking under expense preference behaviour”, *Journal of Banking and Finance,* 24: 809-824.

Ramírez, V., M. L. Márquez y R. Pérez (1999), “Parametric Subfamilies of Apportionment Methods”, Chen Z., Y. Xu, Ch. A. Michelli (eds.), *Advances in Computational Mathematics,* Marcel Dekker, 471-479.

Thomson, W. (1995), "Population monotonic allocation rules", en Barnett, W., H. Moulin, M. Salles y N. J. Schofield (eds.), *Social Choice, Welfare and Ethics,* New York: Cambridge University Press, 79-124.

Abstract

The present paper advances in the resolution of social election and apportionment problems in the Spanish savings banks. The State and regional regulation do not solve sufficiently these problems in the election of representatives to the main decision bodies of these financial institutions. The choice of a method for apportionment should be made considering the desired properties. Consistency and impartiality are, *inter alia,* two important properties. For this reason, we believe that St Laguë should be chosen. Additionally, we also introduce the concept of proportionality into social election and we show this for a Borda-type method. Finally, both options are applied to computing the distribution of representatives in the decision bodies of the savings banks.

Key words: savings banks, regulation, decision bodies, apportionment, social election.

JEL classification: G21, D71, D72.

Apéndice

Demostración del teorema 1

Sea $n > 2$ (si $n = 2$, ambos métodos dan igual reparto). Sean $a = M^{\frac{1}{2}}(v;h)$ y $b = RM(v;h)$, es decir, a y b son las soluciones con St. Laguë y con RM respectivamente. Supongamos que RM es consistente en este problema, entonces si los vectores a y b tienen algunas componentes iguales, $a_i = b_i$ para r valores de i, se pueden suprimir los v_i correspondientes y disminuir el valor de h en la suma de esos a_i. Por la consistencia de ambos métodos (ya que St. Laguë es también consistente, por ser un método de divisores), las asignaciones en este problema reducido a las $n - r$ cantidades restantes son las mismas que las obtenidas en el problema de partida. Así, no se pierde generalidad si se asume desde el primer momento que $a_i \neq b_i$, $\forall i = 1,...,n$.

Si $M^{\frac{1}{2}}$ no viola la cuota existen dos índices i y j tales que $a_i = b_i + 1$; $a_j = b_j - 1$ con lo cual la asignación $RM((v_i,v_j);a_i + a_j)$ es (a_i,a_j), es decir la del método $M^{\frac{1}{2}}$, porque ambos métodos dan igual solución en repartos entre dos partidos, y si el método RM es consistente debía ser (b_i,b_j). Luego la única posibilidad que queda, para que RM pueda ser consistente, es que $M^{\frac{1}{2}}$ viole la cuota; por ejemplo que viole la cuota superior (análogo sería para la inferior). Si $M^{\frac{1}{2}}$ viola la cuota superior, a todas las cuotas cuyo resto sea mayor o igual a 0,5 les corresponden asignaciones superiores al valor de la cuota. Además, $M^{\frac{1}{2}}$ no puede violar la cuota inferior, y el número de cuotas con resto inferior a 0,5 es mayor o igual a tres, de las cuales con el método $M^{\frac{1}{2}}$ más de la mitad son aproximadas por su parte entera. El método RM también aproxima más de la mitad de las cuotas con resto menor que 0,5 por su parte entera. Por tanto, al menos una de las cuotas con resto menor que 0,5 es aproximada de igual forma por ambos métodos, es decir, al menos para un valor de i, $a_i = b_i$ con lo que obtenemos una contradicción. Así pues RM no puede ser consistente para este problema.

Demostración del teorema 3

Supongamos que dos circunscripciones (análogamente partidos, grupos, etc.), *A* y *B,* tienen cuotas: $p + r_1$ y $q + r_2$ respectivamente, siendo *p* y *q* las partes enteras de dichas cuotas y $p > q$. Consideremos el método de divisores tal que $d(p) = p + t_1$ y $d(q) = q + t_2$. La circunscripción *A* tendrá prioridad en alcanzar el representante $p + 1$ con respecto a que la circunscripción *B* obtenga el representante $q+1$ si se verifica

$$\frac{p+r_1}{p+t_1} \geq \frac{q+r_2}{q+t_2}$$

y tendrán igual prioridad si se da la igualdad en la relación anterior. Es decir, si

$$r_2 = \frac{q+t_2}{p+t_1} r_1 - \frac{q(p+t_1)}{p+t_1} + \frac{p(q+t_2)}{p+t_1}.$$

Fijados *p, q,* t_1 y t_2, la gráfica de r_2 como función de r_1, esto es $r_2(r_1)$, es una recta. Se puede considerar que la distribución de los restos es aleatoria y uniforme en [0,1] (en cada caso lo es sobre una discretización de puntos igualmente espaciados en [0,1]).

De este modo, un método será imparcial si, y sólo si, el área del cuadrado unidad queda dividida en dos partes iguales por la recta anterior, esto es, si se verifica:

$$r_2(0) = 1 - r_2(1)$$

es decir,

$$p - q = 2(pt_2 - qt_1) + t_2 - t_1, \quad \forall q = 0,1,2,..., \quad \forall p > q.$$

Lo que equivale a que $t_1 = t_2 = \frac{1}{2}$, es decir, el método de St. Laguë. Así pues, un método de divisores es imparcial si y sólo si es el de St. Laguë.

Demostración del teorema 4

Suponemos que el número de candidatos de cada sector es igual o superior a la asignación proporcional que le otorgaría el método de St. Laguë en una votación a listas por sectores; por simplicidad será *r* para todos los casos.

Sean $v = (v_1,v_2,...,v_s)$ el número de votantes de cada sector y $a = (a_1,a_2,...,a_s)$ los representantes que recibe cada sector si hacemos la asignación de *h* puestos con St. Laguë en proporción a los votos $(v_1,v_2,...,v_s)$ de tal forma que si la lista L_i, correspondiente al sector *i,* contiene a los candidatos $L_i = (c_{i1},c_{i2},...,c_{ir})$ entonces el acta de representante corresponde a: $c_{i1},c_{i2},...,$ c_{ia_i} .

Como es conocido, para hacer el reparto con St. Lagüe se puede calcular una tabla de cocientes cuya fila *i* se obtiene dividiendo los votos v_i entre los números impares 1, 3, 5, 7,..., después se localiza la posición de los *h* cocientes mayores (*h* es la cantidad de escaños a repartir) y se asignan al sector i tantos representantes como cocientes mayores hay en la fila i. Por tanto, para cada $i \neq j$ se tienen las siguientes desigualdades,

$$\frac{v_i}{a_i + 1/2} < \frac{v_j}{a_j - 1/2} \quad \text{y por otra parte} \quad \frac{v_i}{a_i - 1/2} > \frac{v_j}{a_j + 1/2}$$

equivalente a

$$\frac{v_i}{2a_i + 1} < \frac{v_j}{2a_j - 1} \quad \text{y} \quad \frac{v_i}{2a_i - 1} > \frac{v_j}{2a_j + 1}$$

Por otra parte, el candidato del sector i que ocupa la posición a_i entre las preferencias de este sector recibe, con el método tipo Borda anterior, una puntuación $\frac{1}{2a_i - 1}$ de cada uno de los v_i electores de su sector (y nada de los restantes sectores). Por tanto, las puntuaciones acumuladas de los candidatos de los sectores en una elección conjunta verifican las mismas relaciones que la asignación proporcional con St. Laguë. Es decir, este método de elección social tipo Borda daría lugar al mismo resultado que el método de St. Laguë en un reparto proporcional.

Comprobemos ahora que no existe otro método de elección social, tipo Borda con pesos diferentes a: 1, 1/3, 1/5,..., que coincida con St. Laguë para todo problema en el que los electores votan por grupos separados. Supongamos un método B de elección social que está basado en los pesos: $p_1 \geq p_2 \geq p_3 \geq$... No se pierde generalidad al considerar normalizada la sucesión anterior, de forma que $p_i = 1$. Sea k el primer índice tal que $p_k \neq \frac{1}{2k-1}$. Por ejemplo $p_k = \frac{1}{2k-1}$ *ε siendo ε > 1. Consideremos que hay dos grupos de candidatos cuyos votos son: $v = ((2k–1)N – 1,N)$; entonces al asignar k puestos, con N suficientemente grande, se tiene los siguientes resultados con los métodos B y St. Laguë:

$$B(v;k) = (k,0) \quad y \quad M^{\frac{1}{2}}(v;k) = (k-1,1)$$

ya que la puntuación del k^{esimo} candidato del primer grupo, con el método B, es

$$\varepsilon \frac{(2k-1)N - 1}{2k-1} = \varepsilon N - \frac{\varepsilon}{2k-1} > N, \quad \text{(para } N \text{ grande)}$$

mientras que la puntuación del primer candidato del segundo grupo es N. Sin embargo, al dividir esos votos por $2k–1$ y por 1 (St. Laguë) da una cantidad menor que N en el primer caso y N en el segundo.

Es decir, hemos construido un ejemplo para el cual los dos métodos dan respuesta diferente, el método tipo Borda basado en los pesos $p_1 \geq p_2 \geq p_3 \geq$... da los k puestos al primer grupo, mientras que al aplicar St. Laguë a los votos v el primer grupo obtiene $k–1$ representantes y el segundo obtiene un representante.

El caso ε < 1 es análogo, basta tomar $v = ((2k–1)N + 1,N)$ y para N grande se tiene:.

$$B(v;k) = (k-1,1) \quad y \quad M^{\frac{1}{2}}(v;k) = (k,0)$$